

# 空域分解的机载 MIMO 雷达空时处理方法

周 延, 姜 博, 聂卫科, 张万绪  
(西北大学信息科学与技术学院, 陕西西安 710127)

**摘 要:** 相对于传统机载相控阵雷达, 应用于机载多输入多输出雷达中的空时自适应处理(MIMO-STAP)技术可以获得杂波抑制和动目标检测能力的大幅提升. 但是传统 MIMO-STAP 所需要的计算量和样本需求量巨大, 无法满足实际处理要求. 为了解决这一问题, 我们提出了一种基于空域多级分解的机载 MIMO 雷达后多普勒自适应方法. 该方法将后多普勒自适应权系数进行分解, 使其变为几个短向量的 Kronecker 乘积, 然后利用循环迭代的思想求解自适应权. 实验表明该方法具有快速收敛性, 在小样本大阵列条件下该方法明显优于传统的后多普勒处理方法.

**关键词:** 空时自适应处理; 机载 MIMO 雷达; 杂波抑制; 循环迭代

**中图分类号:** TN957.52 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2017)10-2348-07

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.10.006

## The Space-Time Processing Method Based on the Spatial Decomposition in Airborne MIMO Radar

ZHOU Yan, JIANG Bo, NIE Wei-ke, ZHANG Wan-xu

(School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an, Shaanxi 710127, China)

**Abstract:** Compared with the traditional airborne phased-array radar, the ability for clutter suppression and moving target detection of space-time adaptive processing in the airborne multiple-input multiple-output radar (MIMO-STAP) can be greatly improved. However, the huge computational cost and training sample requirement limit its practical application. In order to solve this problem, we proposed the post-Doppler adaptive processing method based on the multi-stage spatial decomposition in airborne MIMO radar. This method decomposed the post-Doppler adaptive weight vector into the Kronecker product of several short weight vectors. Then the cyclic iteration was applied to solve the desired weight vector. The simulation experiments showed that this method had the advantage of fast convergence. Its performance is evidently superior to the traditional post-Doppler processing method especially in large-scale antenna array radar.

**Key words:** space-time adaptive processing (STAP); airborne MIMO radar; clutter suppression; cyclic iteration

### 1 引言

具有宽广探测范围、灵活机动性能的机载预警机 (Airborne Early Warning, AEW) 是现代战争争夺制空权的关键. 但是由于载机平台高速移动, 不同方向上的杂波回波多普勒频率各异, 导致杂波谱在多普勒域扩展, 地杂波呈现出强烈的空时耦合性, 机载雷达在下视工作时受地面杂波的影响非常严重. 在时域和空域联合进行杂波抑制的空时自适应处理 (Space-Time Adaptive

Processing, STAP) 方法能有效的抑制机载雷达杂波并检测目标, 自提出以来便受到极大关注, 经过四十余年的发展, 已经趋于成熟<sup>[1,2]</sup>. 如今, STAP 方法被进一步推广到多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 雷达系统中.

集中式 MIMO 雷达采用较小的天线规模即可形成很大的虚拟阵列孔径, 这在一定程度上克服了传统雷达天线孔径和重量受载机平台限制的缺点, 适合应用于小平台、多任务机载雷达的设计, 可以提高雷达的杂

波抑制和动目标检测能力<sup>[3-5]</sup>. MIMO-STAP 的概念在文献[6]中首先提出,文献[7,8]进一步推导出了机载 MIMO 雷达系统下的 Brennan 准则,而应用于传统机载相控阵雷达系统的降维 STAP 技术<sup>[9-13]</sup>被进一步的扩展到了机载 MIMO 雷达系统<sup>[14-17]</sup>. 由于需要对高维协方差矩阵进行估计和求逆, MIMO-STAP 需要大量的独立同分布(Independent Identical Distributed, i. i. d)训练样本和计算量,这和实际中机载雷达小样本和实时处理的需求相悖. 降维 STAP 方法,如因子法(Factored Approach, FA),扩展因子法(Extended Factored Approach, EFA)<sup>[9]</sup>通过先时域多普勒滤波后空域自适应处理的方式,将全维自适应处理的问题转变成了在  $K$  个多普勒通道(假设有  $K$  个多普勒通道)分别自适应处理的问题,大大降低了运算量和 i. i. d 训练样本需求量. 即使如此,在空域自由度庞大的机载 MIMO 雷达中,FA 和 EFA 还是不能有效抑制杂波.

针对 MIMO-STAP 所需样本过高和计算量过大的问题,在空域分解的基础上,我们提出了一种能大幅降低算法所需训练样本数和计算量的后多普勒自适应方法. 该方法将后多普勒自适应处理(如 FA 和 EFA)方法的自适应权系数分解,使其变为几个小向量的 Kronecker 乘积,然后利用循环迭代的思想求解自适应权. 实验表明该方法具有快速收敛性,在小样本大阵列条件下该方法明显优于传统的后多普勒处理方法.

## 2 信号模型和传统后多普勒算法

如图 1 所示,接收阵列由  $N$  个接收阵元组成,阵元间距为  $d_r$ ;发射阵列由  $M$  个发射阵元组成,阵元间距分别为  $d_t$ ,且发射阵元发射正交信号. 在一次相干处理间隔内共有  $K$  个脉冲用作相干积累,脉冲重复频率为  $f_r$ . 载机以速度  $v_a$  飞行,飞行方向与天线阵列的夹角为  $\theta_p$ . 将第  $l$  个距离环均匀分为  $N_c$  个杂波散射单元,假设地面杂波散射点处于第  $l$  个距离环,即俯仰角为  $\varphi_l$ ,相对于载机天线的方位角为  $\theta_l$ ,则该杂波散射点回波的归一化多普勒频率和空域频率分别为

$$f_{t,i} = 2v_a \cos(\theta_l + \theta_p) \cos\varphi_l / (\lambda f_r)$$

和

$$f_{s,i} = d_t \cos\theta_l \cos\varphi_l / \lambda.$$

机载 MIMO 雷达中,第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 个接收阵元接收的杂波回波信号应该是  $M$  个发射信号回波的叠加,即

$$z_n(t + kT, l) = \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{m=1}^M \sigma_i \varphi_m(t) \exp(j2\pi(f_{t,i}(k-1) + f_{s,i}(m-1) + \alpha f_{s,i}(n-1))) \quad (1)$$

其中  $\varphi_m(t)$  是第  $m$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ) 个发射阵元发射的基带信号,  $\sigma_i$  为杂波散射点的回波幅度,  $\alpha = \frac{d_r}{d_t}$ . 机载

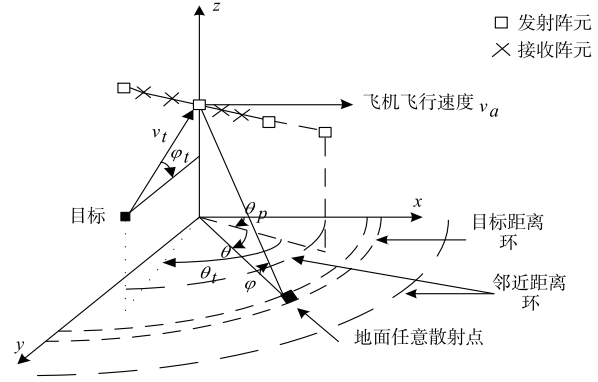


图1 机载MIMO雷达系统

MIMO 雷达发射正交波形,有

$$\int \phi_m(t) \phi_l^*(t) dt = \delta_{ml} \quad (2)$$

其中符号  $(\cdot)^*$  表示共轭. 所以,第  $n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 个接收阵元接收的回波信号经过匹配滤波,有

$$\begin{aligned} z_{n,m,k}(l) &= \int z_n(t + kT, l) \phi_m^*(t) dt \\ &= \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_i \exp(j2\pi(f_{t,i}(k-1) + f_{s,i}(m-1) \\ &\quad + \alpha f_{s,i}(n-1))) \end{aligned} \quad (3)$$

我们将  $N$  个阵元在  $K$  个脉冲间隔内接收的回波信号,经过  $M$  个匹配滤波器滤波后排成向量形式有

$$\begin{aligned} z(l) &= [z_{1,1,1}(l), z_{1,1,2}(l), \dots, z_{1,1,N}(l), z_{1,2,1}(l), \\ &\quad \dots, z_{1,M,N}(l), z_{2,1,1}(l), \dots, z_{K,M,N}(l)] \\ &= \sum_{i=1}^{N_c} \sigma_i c_{t,i} \otimes c_{st,i} \otimes c_{sr,i} \end{aligned} \quad (4)$$

其中符号  $\otimes$  表示 Kronecker 积,  $c_{t,i} = [1, \exp(j2\pi f_{t,i}), \dots, \exp(j2\pi(K-1)f_{t,i})]^T$  为多普勒导向矢量,  $c_{st,i}$  和  $c_{sr,i}$  分别为发射导向矢量和接收导向矢量

$$\begin{aligned} c_{st,i} &= [1, \exp(j2\pi f_{s,i}), \dots, \exp(j2\pi(M-1)f_{s,i})]^T \\ c_{sr,i} &= [1, \exp(j2\pi \alpha f_{s,i}), \dots, \exp(j2\pi(N-1)\alpha f_{s,i})]^T \end{aligned} \quad (5)$$

雷达在接收地杂波的同时不可避免的会产生和接收噪声,假设为高斯白噪声,则雷达系统在第  $l$  个距离环上接收的杂波加噪声数据为

$$x(l) = z(l) + n \quad (6)$$

其中向量  $n$  为高斯白噪声向量.

后多普勒自适应处理方法先通过时域多普勒滤波抑制主杂波,然后再自适应处理. 自适应处理可以在一个或多个多普勒通道内进行. 假设第  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 个多普勒通道的  $K \times 1$  维滤波器系数向量为  $f_k = [1, w_k^1, w_k^2, \dots, w_k^{K-1}]$ , 其中  $w_k = \exp(j2\pi \bar{f}_k)$ ,  $\bar{f}_k = (k-1)/K$ , 则经过第  $k$  个多普勒通道滤波后的杂波加噪声数据变为

$$\bar{\mathbf{x}}_k(l) = (\mathbf{f}_k \otimes \mathbf{I}_{MN})^H \mathbf{x}(l) \quad (7)$$

其中  $\mathbf{I}_{MN}$  为  $MN \times MN$  单位矩阵. 假设目标朝机载雷达平台移动的径向速度为  $v_r$ , 其俯仰角和方位角分别为  $\varphi_r$  和  $\theta_r$ , 则目标回波数据为  $\mathbf{s} = \sigma_t \mathbf{c}_t \otimes \mathbf{c}_{st} \otimes \mathbf{c}_{sr}$ , 其中  $\sigma_t$  为目标回波幅度,  $\mathbf{c}_t$ ,  $\mathbf{c}_{st}$  和  $\mathbf{c}_{sr}$  分别为目标的多普勒导向矢量, 发射导向矢量和接收导向矢量, 目标经过第  $k$  个多普勒通道滤波后的数据变为

$$\bar{\mathbf{s}}_k = (\mathbf{f}_k^H \otimes \mathbf{I}_{MN}) \mathbf{s} \quad (8)$$

FA 处理的准则是保持第  $k$  个多普勒通道目标信号能量不变的前提下使杂波输出能量最小, 即构造以下代价函数

$$\begin{cases} \min E [ |\bar{\mathbf{w}}_{FA}^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } \bar{\mathbf{w}}_{FA}^H \bar{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (9)$$

经过降维后, 自适应处理的数据维数已经从  $KMN$  降到了  $MN$ , 相应自适应处理的计算量和样本需求量都会降低. 式(9)的最优解为

$$\bar{\mathbf{w}}_{FA}^H = \frac{\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}_k}^{-1} \bar{\mathbf{s}}_k}{\bar{\mathbf{s}}_k^H \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}_k}^{-1} \bar{\mathbf{s}}_k} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}_k} = E[\bar{\mathbf{x}}_k(l) \bar{\mathbf{x}}_k^H(l)]$ . 在实际处理中, 杂波加噪声协方差矩阵是由与目标距离环邻近的若干距离环上的杂波加噪声数据估计得到, 即

$$\hat{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{x}}_k} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \bar{\mathbf{x}}_k(l) \bar{\mathbf{x}}_k^H(l) \quad (11)$$

其中  $L$  是选取的 i. i. d 训练样本个数. 理论上来说, 当  $L \rightarrow \infty$  时,  $\hat{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{x}}_k} = \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}_k}$ , 但实际中不可能选取无穷多个训练样本数. 而 Reed 和 Brennan 曾证明, 在高斯噪声环境中, 独立同分布的训练样本个数超过待处理杂波加噪声协方差矩阵维数的 2 倍时, 输出的归一化信杂噪比损失不超过 3dB<sup>[2]</sup>, 所以  $L$  一般要达到两倍的待估计杂波加噪声协方差矩阵维数. 虽然相比于全维 STAP, FA 算法需求的 i. i. d 训练样本个数从  $2KMN$  降到了  $2MN$ , 计算量也有一定的下降. 但随着雷达系统天线阵元个数的增加, FA 所需要的 i. i. d 训练样本个数也会显著增加, 从而使其抑制杂波的能力减弱. 扩展因子法 (Extended Factored Approach, EFA) 常选用与目标多普勒通道相邻的两个多普勒通道内的数据联合自适应处理以提高自适应自由度, 同样的, 当天线阵元个数增加时, EFA 也面临着样本需求量不足的问题.

### 3 空域多级分解的后多普勒自适应处理方法

#### 3.1 空域一级分解的后多普勒自适应处理方法

我们以一个多普勒通道内的空域数据为例. 文献 [17] 将 MIMO 波束形成权分离成为接收波束形成权和发射波束形成权以减少自适应计算时的计算量和独立同分布的训练样本数. 受到这一思想的启发, 我们将式(9)中权矢量也分解为发射波束形成权和接收波束形

成权的级联形式, 即

$$\bar{\mathbf{w}}_{FA} = \mathbf{u} \otimes \mathbf{v} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{u}$  表示  $M \times 1$  维发射波束形成权,  $\mathbf{v}$  表示  $N \times 1$  维接收波束形成权. 我们将分解后的  $\bar{\mathbf{w}}_{FA}$  代入式(9), 得

$$\begin{cases} \min E [ |\bar{\mathbf{w}}_{FA}^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] = \min E [ |(\mathbf{u} \otimes \mathbf{v})^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } \bar{\mathbf{w}}_{FA}^H \bar{\mathbf{s}}_k = (\mathbf{u} \otimes \mathbf{v})^H \bar{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (13)$$

代价函数(14)是关于未知向量  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$  的代价函数. 根据循环迭代的思想, 任意给  $\mathbf{u}$  或  $\mathbf{v}$  一个初值, 带入(14)循环迭代求解  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$ , 直到得到的误差小于给定的误差为止. 该算法的思路是首先固定住  $\mathbf{u}$ , 给  $\mathbf{u}$  一初值, 记为  $\mathbf{u}(0)$ , 代入式(13), 可得

$$\begin{cases} \min E [ |(\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{v})^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ = \min E [ |\mathbf{v}^H (\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{I}_N)^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } (\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{v})^H \bar{\mathbf{s}}_k = \mathbf{v}^H (\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{I}_N)^H \bar{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\mathbf{I}_N$  为  $N \times N$  单位矩阵. 令

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_v &= (\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{I}_N)^H \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{I}_N), \\ \mathbf{s}_v &= (\mathbf{u}(0) \otimes \mathbf{I}_N)^H \bar{\mathbf{s}}_k, \end{aligned}$$

得到式(14)的解为

$$\mathbf{v}(1) = \frac{\mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{s}_v}{\mathbf{s}_v^H \mathbf{R}_v^{-1} \mathbf{s}_v} \quad (15)$$

再将得到的  $\mathbf{v}(1)$  代入式(13), 得

$$\begin{cases} \min E [ |(\mathbf{u} \otimes \mathbf{v}(1))^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ = \min E [ |\mathbf{u}^H (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{v}(1))^H \bar{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } (\mathbf{u} \otimes \mathbf{v}(1))^H \bar{\mathbf{s}}_k = \mathbf{u}^H (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{v}(1))^H \bar{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (16)$$

其中  $\mathbf{I}_M$  为  $M \times M$  单位矩阵. 同样的, 令

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_u &= (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{v}(1))^H \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{v}(1)), \\ \mathbf{s}_u &= (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{v}(1))^H \bar{\mathbf{s}}_k, \end{aligned}$$

$$\text{得 } \mathbf{u}(1) = \frac{\mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{s}_u}{\mathbf{s}_u^H \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{s}_u} \quad (17)$$

寻找期望权系数的迭代步骤可以归纳如下:

迭代的第一步, 给出  $\mathbf{u}$  的初值  $\mathbf{u}(0)$ , 通过求条件极值方法求解  $\mathbf{v}(1)$ ; 第二步以  $\mathbf{v}(1)$  为  $\mathbf{v}$  的初值, 同样用求条件极值方法求解  $\mathbf{u}(1)$ ; 再以  $\mathbf{u}(1)$  为  $\mathbf{u}$  的初值, 求  $\mathbf{v}(2)$ , 再求  $\mathbf{u}(2)$ ,  $\mathbf{v}(3)$  等, 如此循环迭代, 直到  $\|\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)\| / \|\mathbf{u}(k)\| < \varepsilon$  为止, 则寻找到期望解  $\mathbf{u}(k)$ ,  $\mathbf{v}(k)$ , 其中符号  $\|\cdot\|$  表示向量的 2 范数,  $\varepsilon$  为提前设定的容许误差.

迭代过程中的协方差矩阵大小分别为  $\mathbf{R}_v \in \mathbf{C}^{N \times N}$  和  $\mathbf{R}_u \in \mathbf{C}^{M \times M}$ , 通过分解空域权矢量, 迭代过程中所需要的独立同分布训练样本分别只需要分别大于  $2N$  和  $2M$ , 计算量也大大减小.

### 3.2 空域两级分解的后多普勒自适应处理方法

虽然空域一级分解后的后多普勒自适应算法降低了计算量和样本需求量,但是当 MIMO 雷达发射和接收天线数量巨大时,其计算量和样本需求量还是很大,不能满足实际实时处理的需求,因此,为了进一步降低计算量和样本需求量,我们继续利用权分离的思想,将  $\mathbf{u}$  和  $\mathbf{v}$  进一步分别分离为两个短矢量的 Kronecker 积,即

$$\mathbf{u} = \mathbf{p} \otimes \mathbf{q} \quad (18a)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{h} \otimes \mathbf{f} \quad (18b)$$

其中  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_M]^T$ ,  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_{M_2}]^T$ ,  
 $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_{N_1}]^T$ ,  $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_{N_2}]^T$ ,  
 而  $N = N_1 \times N_2$ ,  $M = M_1 \times M_2$ , 且  $M_1, M_2, N_1$  和  $N_2$  都是整数. 将(19)代入(13),得到

$$\mathbf{w}_{FA} = \mathbf{p} \otimes \mathbf{q} \otimes \mathbf{h} \otimes \mathbf{f} \quad (19)$$

将式(19)代入代价函数(9),得到

$$\begin{cases} \min E [ |\tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ = \min E [ |(\mathbf{p} \otimes \mathbf{q} \otimes \mathbf{h} \otimes \mathbf{f})^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } \tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{s}}_k = (\mathbf{p} \otimes \mathbf{q} \otimes \mathbf{h} \otimes \mathbf{f})^H \tilde{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (20)$$

上式是一个关于四个未知权矢量的代价函数,为了方便求解. 我们先固定两个权矢量的值,即令  $\mathbf{p} = \mathbf{p}(0)$ ,  $\mathbf{q} = \mathbf{q}(0)$ , 代入式(20)得

$$\begin{cases} \min E [ |\tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ = \min E [ |(\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h} \otimes \mathbf{f})^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } \tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{s}}_k = (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h} \otimes \mathbf{f})^H \tilde{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (21)$$

然后首先赋予  $\mathbf{h}$  一初始值  $\mathbf{h}(0)$  代入式(21),可得

$$\begin{cases} \min E [ |\tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ = \min E [ |\mathbf{f}^H (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_2})^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } \tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{s}}_k = \mathbf{f}^H (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_2})^H \tilde{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (22)$$

其中  $\mathbf{I}_{N_2}$  为  $N_2 \times N_2$  单位矩阵. 令  $\mathbf{R}_f = (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_2})^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_2})$ ,  $\mathbf{s}_f = (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{h}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_2})^H \tilde{\mathbf{s}}_k$ , 得到

$$\mathbf{f}(1) = \frac{\mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{s}_f}{\mathbf{s}_f^H \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{s}_f} \quad (23)$$

将得到的  $\mathbf{f}(1)$  代入式(21)继续迭代,得

$$\begin{cases} \min E [ |\tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ = \min E [ |\mathbf{h}^H (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_1} \otimes \mathbf{f}(1)) \tilde{\mathbf{x}}_k(l)|^2 ] \\ \text{s. t. } \tilde{\mathbf{w}}_{FA}^H \tilde{\mathbf{s}}_k = \mathbf{h}^H (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_1} \otimes \mathbf{f}(1)) \tilde{\mathbf{s}}_k = 1 \end{cases} \quad (24)$$

其中  $\mathbf{I}_{N_1}$  为  $N_1 \times N_1$  单位矩阵. 同样的,令  $\mathbf{s}_h = (\mathbf{p}(0) \otimes \mathbf{q}(0) \otimes \mathbf{I}_{N_1} \otimes \mathbf{f})^H \tilde{\mathbf{s}}_k$ , 得

$$\mathbf{h}(1) = \frac{\mathbf{R}_h^{-1} \mathbf{s}_h}{\mathbf{s}_h^H \mathbf{R}_h^{-1} \mathbf{s}_h} \quad (25)$$

同样的,寻找最优权的迭代方式与 2.1 节所述一样. 得到  $\mathbf{h}(i)$  和  $\mathbf{f}(i)$  后,代入式(21),然后再分别循环迭代  $\mathbf{p}$  和  $\mathbf{q}$  到第  $t$  步,得到  $\|\mathbf{p}(t) - \mathbf{p}(t-1)\| / \|\mathbf{p}(t)\| < \varepsilon_2$ , 同样的,  $\varepsilon_2$  为设定的容许误差. 最终得到权系数

$$\tilde{\mathbf{w}}_{FA} = \mathbf{p}(t) \otimes \mathbf{q}(t) \otimes \mathbf{h}(i) \otimes \mathbf{f}(i) \quad (26)$$

迭代过程中的协方差矩阵大小分别为  $\mathbf{R}_p \in \mathbf{C}^{M_1 \times M_1}$ ,  $\mathbf{R}_q \in \mathbf{C}^{M_2 \times M_2}$ ,  $\mathbf{R}_h \in \mathbf{C}^{N_1 \times N_1}$  和  $\mathbf{R}_f \in \mathbf{C}^{N_2 \times N_2}$ , 通过两级分解空域权矢量,迭代过程中估计杂波加噪声协方差矩阵训练样本数只需要大于  $\max(2M_1, 2M_2, 2N_1, 2N_2)$ , 而且  $M_1$  和  $M_2, N_1$  和  $N_2$  的值越靠近,所需要的训练样本数量越少. 将多个多普勒通道内空域数据分解的方法与此类似,在此不再赘述. 为方便表示,在以下的章节中,1SD-FA 和 2SD-FA 表示单个多普勒通道内空域一级分解和两级分解的后多普勒自适应方法,1SD-EFA 和 2SD-EFA 表示多个多普勒通道内空域一级分解和两级分解的后多普勒自适应方法.

## 4 计算量分析

从第 2 节的循环迭代过程可以看出,1SD-FA 和 2SD-FA 在迭代过程中估计杂波加噪声协方差矩阵所需要的训练样本数  $L_1$  和  $L_2$  只需要分别大于  $2\max(M, N)$  和  $2\max(M_1, M_2, N_1, N_2)$ , 而 FA 自适应处理所需要的训练样本数  $L_{FA}$  则需要大于  $2N$ . 一般用乘法和除法次数 (multiplication and division number, MDN) 来表征计算量,实际上,  $n$  维的列矢量和行矢量相乘, MDN 为  $n^2$  次. 两  $n \times n$  维矩阵相乘, MDN 约为  $n^3$  次,  $n$  维矩阵求逆所需要的 MDN 约为  $\frac{2}{3}n^3$  次. 在时域处理时,一次多普勒滤波所需要的 MDN 为  $KM^2N^2$  次,而由于 FA、1SD-FA 和 2SD-FA 所需要的训练样本不同,它们多普勒滤波的 MDN 分别为  $L_{FA}KM^2N^2$ 、 $L_1KM^2N^2$  和  $L_2KM^2N^2$  次,三种算法在多普勒滤波时的计算量相差不大,因此我们着重分析它们在空域自适应处理时的计算量. 从下节实验分析可以看出,我们所提出的算法具有快速收敛性,我们将 1SD-FA 和 2SD-FA 的迭代步数都设定为 20. 首先将 1SD-FA 和 2SD-FA 在一次迭代过程中的计算量归纳如下:

(1) 1SD-FA 算法估计杂波加噪声协方差矩阵所需要的 MDN 为  $L_1(M^2 + N^2)$  次,而 2SD-FA 算法估计杂波加噪声协方差矩阵所需要的 MDN 为  $L_2(M_1^2 + M_2^2 + N_1^2 + N_2^2)$  次;

(2) 1SD-FA 算法杂波加噪声协方差矩阵求逆的 MDN 为  $\frac{2}{3}(M^3 + N^3)$  次,而 2SD-FA 算法杂波加噪声协

方差矩阵求逆的 MDN 为  $\frac{2}{3}(M_1^3 + M_2^3 + N_1^3 + N_2^3)$  次;

因此,我们可以得出 1SD-FA 和 2SD-FA 在一次迭代过程中需要的 MDN 约为  $L_1(M^2 + N^2) + \frac{2}{3}(M^3 + N^3)$  次和  $L_2(M_1^2 + M_2^2 + N_1^2 + N_2^2) + \frac{2}{3}(M_1^3 + M_2^3 + N_1^3 + N_2^3)$  次. 而 1SD-FA 和 2SD-FA 循环迭代 20 次所需要的 MDN 则分别约为  $20[L_1(M^2 + N^2) + \frac{2}{3}(M^3 + N^3)]$  和  $20[L_2(M_1^2 + M_2^2 + N_1^2 + N_2^2) + \frac{2}{3}(M_1^3 + M_2^3 + N_1^3 + N_2^3)]$ . FA 算法空域自适应处理的 MDN 约为  $L_{FA}M^2N^2 + \frac{2}{3}M^3N^3$ , 其中估计杂波加噪声协方差矩阵的 MDN 为  $L_{FA}M^2N^2$  次, 矩阵求逆的 MDN 为  $\frac{2}{3}M^3N^3$  次.

从计算量分析可以看出,通常情况下,1SD-FA 和 2SD-FA 的计算量要小于 FA,而在天线阵元数趋于庞大的情况下,1SD-FA 和 2SD-FA 的计算量优势更加明显,而且这种情况下 2SD-FA 的计算量要远小于 1SD-FA.

## 5 仿真实验

我们进行了以下的仿真实验来验证本算法的性能. 实验中假设发射阵元数  $M = 16$ , 接收阵元数  $N = 16$ . 一个相干处理间隔内的脉冲数  $K = 8$ , 以码长为 128 的正交四相码序列作为雷达发射信号. 飞行高度  $h_a = 9\text{Km}$ , 阵元间距  $d_R = 0.1\text{m}$ ,  $d_T = 1\text{m}$ , 雷达发射波长  $\lambda = 0.2\text{m}$ . 脉冲重复频率  $f_r = 2000\text{Hz}$ , 载机飞行速度  $v_a = 100\text{m/s}$ ,  $\theta_p = 0$ . 杂噪比  $\text{CNR} = 60\text{dB}$ .

改善因子 (Improvement Factor, IF) 是表征 STAP 算法性能的重要指标,其定义为系统输出信干噪比 (Signal to clutter plus noise ratio, SCNR) 和输入信干噪比的比值. 图 2 显示了在归一化多普勒频率  $f_i/f_r = 0.3$ 、空域频率  $f_s = 0\text{Hz}$  处的改善因子随训练样本数变化的曲线,实验结果是 100 次 Monto Carlo 实验平均的结果. 本实验中 1SD-EFA 将三个多普勒通道联合的空域权矢量分解为一个  $24 \times 1$  和一个  $32 \times 1$  短矢量的 Kronecker 积, 2SD-EFA 将三个多普勒通道联合的空域权矢量分解为一个  $6 \times 1$ 、 $8 \times 1$  和两个  $4 \times 1$  短矢量的 Kronecker 积. 在实验中,改善因子的收敛值是指改善因子曲线达到其平坦区数值以下 3dB 时的改善因子数值. 从图 2 中可以看出,1SD-EFA 和 2SD-EFA 的收敛速度要远远快于 EFA,在本实验条件下,EFA 直到训练样本数为 1000 时还未达到收敛值,在理论上,EFA 达到收敛值需要的训练样本数至少应大于 1500,而 1SD-EFA 达到收敛所需要的训练样本数在 100 以内,2SD-EFA 的收敛速度更快,在训练样本数 50 以内即可收敛. 1SD-EFA 的收敛值要略高于 2SD-EFA,但是 2SD-EFA 比 1SD-EFA 有着更

快的收敛速度. 当发射阵列和接收阵列规模不大时,可以用 1SD-EFA 以取得更好的目标检测性能,但是当阵列规模进一步增大时,应该选用 2SD-EFA 以使改善因子在小样本条件下能达到收敛值.

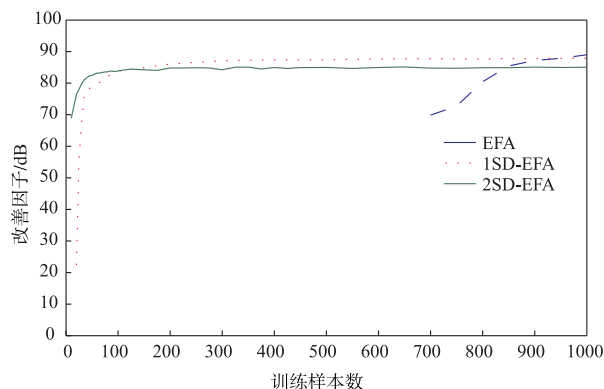
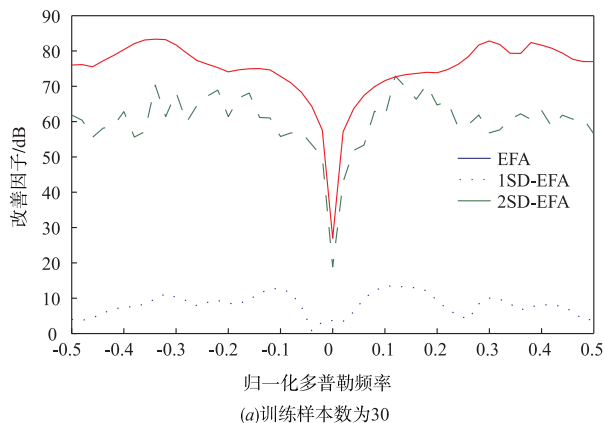
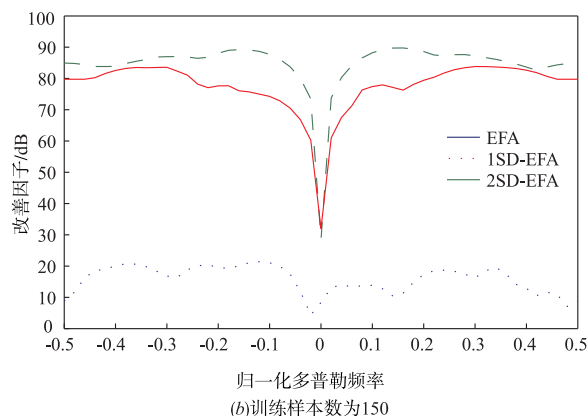


图2 EFA、1SD-EFA和2SD-EFA改善因子随样本变化

图 3 比较了不同训练样本数下 EFA、1SD-EFA 和 2SD-EFA 三种方法在  $f_s = 0\text{Hz}$  处的改善因子性能比较. 由图可见,由于两种情况下的训练样本数远远小于 EFA 达到收敛所需要的训练样本数,因此 EFA 方法在图 (a) 和 (b) 中都不能形成凹口抑制杂波. 在图 3 (a) 中,2SD-EFA 的改善因子要高于 1SD-EFA,因为此时已经达到了 2SD-EFA 收敛所需要的训练样本数,而 1SD-EFA 的改



(a)训练样本数为30



(b)训练样本数为150

图3 小样本下改善因子性能比较

善因子还未达到收敛值.而在图(b)中,在达到了 1SD-EFA 收敛所需要的训练样本数后,1SD-EFA 的改善因子要略高于 2SD-EFA.图 3 体现了空域分解的后多普勒自适应算法在小样本条件下的优势.

图 4 给出了在训练样本数为 30 时,在  $f_r/f_s = 0.3$  和  $f_s = 0\text{Hz}$  处,1SD-EFA 和 2SD-EFA 改善因子随迭代次数变化的曲线.从图 4 中可以看出,两种算法都能在 20 步迭代之内收敛.该实验验证了本文提出算法的快速收敛性,也进一步验证了本文所提方法的计算性能.

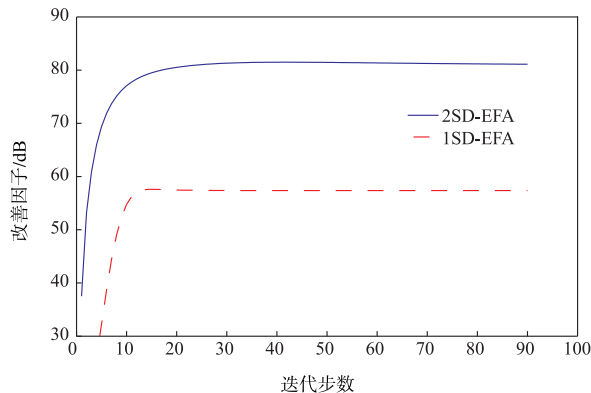


图4 迭代步数比较

## 6 结束语

本文提出了一种能大幅降低训练样本需求量和自适应处理计算量的后多普勒自适应处理方法.该方法通过将空域权矢量分解,利用循环迭代的思想求解自适应权.实验表明该方法具有快速收敛性,在小样本条件下该方法抑制杂波和检测动目标的性能明显优于传统后多普勒算法.循环迭代算法的迭代结果会受到初始值选择的影响,因此,在下一步的研究中,我们会进一步优化 1SD-EFA 和 2SD-EFA 中权矢量初始值的选择,以使得 1SD-EFA 和 2SD-EFA 的性能更接近于最优值.

### 参考文献

- [1] KLEMM R. Space-time Adaptive Processing - Principles and Applications [M]. London: The Institute of Electrical Engineers, 1998. 101 - 104.
- [2] BRENNAN L E, REED I S. Theory of adaptive radar [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973, 9(2): 237 - 252.
- [3] 何子述, 韩春林, 刘波. MIMO 雷达概念及其技术特点分析 [J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2441 - 2445.  
HE Zishu, HAN Chunlin, LIU Bo. MIMO radar and its technique characteristic analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2441 - 2445. (in Chinese)
- [4] 陈浩文, 黎湘, 庄钊文. 一种新兴的雷达体制-MIMO 雷达 [J]. 电子学报, 2012, 40(6): 1190 - 1198.  
CHEN Haowen, LI Xiang, ZHUANG Zhaowen. A rising radar system-MIMO radar [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(6): 1190 - 1198. (in Chinese)
- [5] 刘楠, 张娟, 张林让, 等. 一种适用于 MIMO 雷达的低复杂度二维 DOA 估计方法 [J]. 电子学报, 2012, 40(3): 505 - 511.  
LIU Nan, ZHANG Juan, ZHANG Linrang, et al. A low complexity 2D-DOA estimation method for MIMO radar [J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(3): 505 - 511. (in Chinese)
- [6] BLISS D W, FORSYTHE K W. Multiple-input multiple-output (MIMO) radar and imaging: degrees of freedom and resolution [A]. Proceedings of the 37th IEEE Asilomar Conference on Signals, System and Computers [C]. Monterey: IEEE, 2003. 54 - 59.
- [7] CHEN Chun-yang, VAIDYANATHAN P P. MIMO radar space time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 623 - 635.
- [8] WANG G, LU Y. Clutter rank of STAP in MIMO radar with waveform diversity [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(2): 938 - 943.
- [9] 保铮, 廖桂生, 吴仁彪, 等. 相控阵机载雷达杂波抑制的时空维自适应滤波 [J]. 电子学报, 1993, 21(9): 1 - 7.  
BAO Zheng, LIAO Guisheng, WU Renbiao, et al. 2-D temporal-spatial adaptive clutter suppression for phased array airborne radar [J]. Acta Electronica Sinica, 1993, 21(9): 1 - 7. (in Chinese)
- [10] WANG H, CAI L. On adaptive spatial-temporal processing for airborne surveillance radar systems [J]. IEEE Transactions Aerospace Electronics Systems, 1994, 30(3): 660 - 669.
- [11] BROWN R D, et al. STAP for clutter suppression with sum and difference beams [J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronics Systems, 2000, 36(2): 634 - 646.
- [12] SKOLNIC M I. Radar Handbook (Second Edition) [M]. New York: McGraw-Hill, 1990. 16. 1 - 16. 3, 18. 1 - 18. 16.
- [13] ZHOU Y, FENG D Z, ZHU G H. The post-Doppler adaptive processing method based on the spatial domain reconstruction [J]. Signal Processing, 2015, 111: 89 - 93.
- [14] LI X M, FENG D Z, et al. Spatial-temporal separable filter for adaptive clutter suppression in airborne radar [J]. IET Electronics Letters, 2008, 44(5): 380 - 381.
- [15] WU Y, TANG J, PENG Y N. Models and performance evaluation for multiple-input multiple-output space-time adaptive processing radar [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2009, 3(6): 569 - 582.
- [16] 李彩彩, 廖桂生, 朱圣祺, 等. 一种抑制严重非均匀杂波

的机载 MIMO-STAP 方法[J]. 电子学报, 2011, 39(3): 511 – 517.

LI Caicai, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, et al. An airborne MIMO-STAP method for severely non-homogeneous clutter suppression[J]. Acta Electronica Sinica, 2011,

39(3): 511 – 517. (in Chinese)

[17] FENG D Z, LI X M, LV H, et al. Two-sided minimum-variance distortionless response beamformer for MIMO radar [J]. Signal Processing, 2009, 89(3): 328 – 332.

#### 作者简介



周 延 男, 1988 年 1 月出生, 陕西安康人. 分别于 2010 年、2015 年在西安电子科技大学获得工学学士、工学博士学位. 现为西北大学讲师, 主要研究方向为机载雷达信号处理、智能信号处理等.

E-mail: yanzhou@nwu.edu.cn



姜 博 男, 1984 年 10 月出生, 陕西西安人. 现为西北大学信息科学与技术学院讲师, 主要从事航拍观测清晰化技术、图像去雾霾、图像稳像等方面的研究工作.

E-mail: jiangbo@nwu.edu.cn